INTERROGATION DE NAVIGATION

NOM	*Cours : loxodromie*	/ 20
DUREE 1 heure	*tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics*	

Un navire part du point A $\begin{cases} \varphi_A = 07^\circ 48{,}1'\,N \\ G_A = 079^\circ 37{,}4'\,W \end{cases}$ ***à Panama***

pour se rendre au point B $\begin{cases} \varphi_B = 27^\circ 07{,}9'\,S \\ G_B = 109^\circ 12{,}3'\,W \end{cases}$ ***à l'île de Pâques***

1 <u>*Calculer la route-fond loxodromique R_f et la distance loxodromique m entre A et B*</u>

/ 6

R_f =		m =	

Le navire quitte le point A et suit une route-fond loxodromique R_f = 222,2°.

2 ***Calculer la latitude φ_G à laquelle il franchit la longitude des îles Galapagos G_G = 091°31,8'W***

	4

φ_G =	

3 ***Calculer la longitude G_C à laquelle il franchit le tropique du Capricorne de latitude $\varphi_C = 23°26,4'S$***

	4

G_C =	

Le navire part du point A à la route-surface loxodromique R_S = 222,2° et à la vitesse-surface V_S = 15,9 nds et subit un courant portant au SSE à 0,8 nds.

4 ***Calculer sa position D après 7 jours de transit*** — / 6

φ_D =	
G_D =	

INTERROGATION DE NAVIGATION

NOM	Cours : loxodromie	/ 20
DUREE 1 heure	*tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics*	

Un navire part du point A $\begin{cases} \varphi_A = 07°48{,}1'N \\ G_A = 079°37{,}4'W \end{cases}$ ***à Panama***

pour se rendre au point B $\begin{cases} \varphi_B = 27°07{,}9'S \\ G_B = 109°12{,}3'W \end{cases}$ ***à l'île de Pâques***

1 Calculer la route-fond loxodromique R_f et la distance loxodromique m entre A et B

/ 6

les formules à utiliser sont les formules exactes de l'estime :

$R_{FQ} = \arctan\left|\frac{g}{\lambda}\right|$ et $m = \frac{60.|\ell|}{\cos R_{FQ}}$

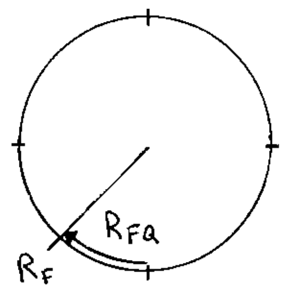
$\ell = \varphi_B - \varphi_A = -34°56' < 0$ donc route vers le Sud
$g = G_B - G_A = +29°34{,}9' > 0$ donc route vers l'Ouest
$\}$ S R_{FQ} W

$\lambda = \Lambda(\varphi_B) - \Lambda(\varphi_A)$ avec $\Lambda(\varphi) = \frac{180}{\pi}.\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2} + 45°\right)\right)$

$= (-28{,}206°) - (+7{,}826°)$

$\lambda = -36{,}032°$

$R_{FQ} = \arctan\left|\frac{g}{\lambda}\right| = S\ 39{,}385°\ W$



$R_F = 180° + R_{FQ} = 219{,}4°$

$m = \frac{60.|\ell|}{\cos R_{FQ}} = 2711{,}9\ M$

remarque : → pour la précision des résultats, garder au moins 3 décimales pour les valeurs en ° : $0{,}001° = \frac{60'}{1000} = 0{,}06' \simeq 0{,}1'$
→ le résultat R_F est arrondi à 0,1° près pour le barreur

R_f =	219,4°	m =	2711,9 M

Le navire quitte le point A et suit une route-fond loxodromique $R_f = 222{,}2°$.

2 Calculer la latitude φ_G à laquelle il franchit la longitude des îles Galapagos $G_G = 091°31{,}8'W$

	4

la formule qui relie les coordonnées de deux points sur la même route-fond est $g = -\lambda \times \tan R_F$

$\Rightarrow \lambda = -\dfrac{g}{\tan R_F}$

en allant de A vers G :

$g = G_G - G_A = +11°54{,}4'$

donc $\lambda = -13{,}131°$

or $\lambda = \Lambda(\varphi_G) - \Lambda(\varphi_A)$

alors $\Lambda(\varphi_G) = \Lambda(\varphi_A) + \lambda$

$= 7{,}826° + (-13{,}131°)$

$\Lambda(\varphi_G) = -5{,}305°$

il faut maintenant calculer φ en fonction de Λ sachant que :

$\Lambda(\varphi) = \dfrac{180}{\pi} \cdot \ln\left(\tan\left(\dfrac{\varphi}{2} + 45°\right)\right)$

$\dfrac{\pi}{180} \cdot \Lambda = \ln\left(\tan\left(\dfrac{\varphi}{2} + 45°\right)\right)$

$\arctan\left(\exp\left(\dfrac{\pi}{180}\Lambda\right)\right) = \dfrac{\varphi}{2} + 45$

$2 \times \left[\arctan\left(\exp\left(\dfrac{\pi}{180} \cdot \Lambda\right)\right) - 45\right] = \varphi$

on calcule ainsi $\varphi_G = -5°17{,}9' = 05°17{,}9'S$

$\varphi_G =$	$05°17{,}9'S$

3 **Calculer la longitude G_C à laquelle il franchit le tropique du Capricorne de latitude $\varphi_C = 23°26{,}4'S$**

4

la formule qui relie les coordonnées de deux points sur la même route-fond est : $g = -\lambda . \tan R_F$

en allant de A vers C :

$\lambda = \Lambda(\varphi_c) - \Lambda(\varphi_A)$

$= (-24{,}123°) - (+7{,}826°)$

$\lambda = -31{,}948°$

donc $g = -(-31{,}948°) \times \tan(222{,}2°)$

$g = +28°58{,}1'$

or $g = G_c - G_A$

donc $G_c = G_A + g$

$G_c = +108°35{,}5'$

$G_c = 108°35{,}5'W$

$G_C =$	108°35,5'W

Le navire part du point A à la route-surface loxodromique $R_S = 222,2°$ et à la vitesse-surface $V_S = 15,9$ nds et subit un courant portant au SSE à 0,8 nds.

4 **Calculer sa position D après 7 jours de transit.** **6**

la méthode pour résoudre ce type de problème est de calculer les coordonnées d'un point intermédiaire I tel que le déplacement sur l'eau (R_S / V_S) mène de A à I, puis le déplacement sur le fond (R_C / V_C) mène de I à D :

	R_F	$m = \Delta t \times V_F$	l, φ	λ, Λ	g, G
A			+07°48,1'	+7,826°	+079°37,4'
	$R_S = 222,2°$	$7 \times 24^h \times 15,9$ nds	−32,981°	−33,857°	+30,699°
I		= 2671,2 M	−25,179°	−26,031°	+110,323°
	$R_C = 157,5°$	$7 \times 24^h \times 0,8$ nds	−2,069°	−2,307°	−0,956°
D		= 134,4 M	−27,248°	−28,338°	+109,367°
			= 27°14,9'S		= 109°22'W

détail des calculs : $l_S = \frac{m_S}{60} \cdot \cos R_S = -32,981° \Rightarrow \varphi_I = \varphi_A + l_S = -25,179°$

$$\Lambda(\varphi_I) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\varphi_I}{2} + 45\right)\right) = -26,031° \Rightarrow \lambda_S = \Lambda(\varphi_I) - \Lambda(\varphi_A) = -33,857°$$

$$g_S = -\lambda_S \cdot \tan R_S = +30,699° \Rightarrow G_I = G_A + g_S = 110,323° = 110°19,4'W$$

remarque : cette méthode n'est pas rigoureuse car le déplacement réel sur le fond combine à la fois R_S et R_C et sur la sphère terrestre, le résultat diffère de la construction plane. Une preuve de cette erreur est que si l'on calcule les coordonnées de D en tenant d'abord compte du courant puis enfin de la vitesse-surface du navire, on obtient D : $\begin{cases} \varphi_D = 27°14,9'S \\ G_D = 109°39,7'W \end{cases}$

⇒ la méthode rigoureuse consiste à calculer très précisément R_F et V_F par les sommes vectorielles, ce qui donne :

$\vec{V_F} \begin{cases} R_F = 219,65025111° \\ V_F = 16,25798216 \text{ nds} \end{cases}$ et D $\begin{cases} \varphi_D = 27°14,9'S \\ G_D = 109°35,6'W \end{cases}$

φ_D =	27°14.9' S
G_D =	109°22' W