INTERROGATION DE NAVIGATION

NOM	*Cours : Mercator*	/ 20
DUREE 1 heure	*tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics*	

Un navire part de Hanga Roa (île de Pâque, Chili) au point A $\begin{cases} \varphi_A = 27^\circ 09{,}6' \, S \\ G_A = 109^\circ 27{,}8' \, W \end{cases}$

Il navigue durant 1 jour 23 heures et 32 minutes à la vitesse-fond moyenne de 41,2 nds en route au Sud jusqu'au point B.
Puis il fait route durant 2 jour 33 heures et 444 minutes à la vitesse-fond moyenne de 0,8 nds en route à l'Ouest jusqu'au point C.

/ 4

1 ***Calculer les coordonnées géographiques des points B et C***

	B	C
$\varphi =$		
$G =$		

Un navire approche de la Tasmanie et aperçoit un phare dans l'azimut vrai Z_V = 041° à 19,7 M.

La position du phare sur la carte est le point D $\begin{cases} \varphi_D = 43^\circ 51{,}2' \ S \\ G_D = 146^\circ 12{,}5' \ E \end{cases}$

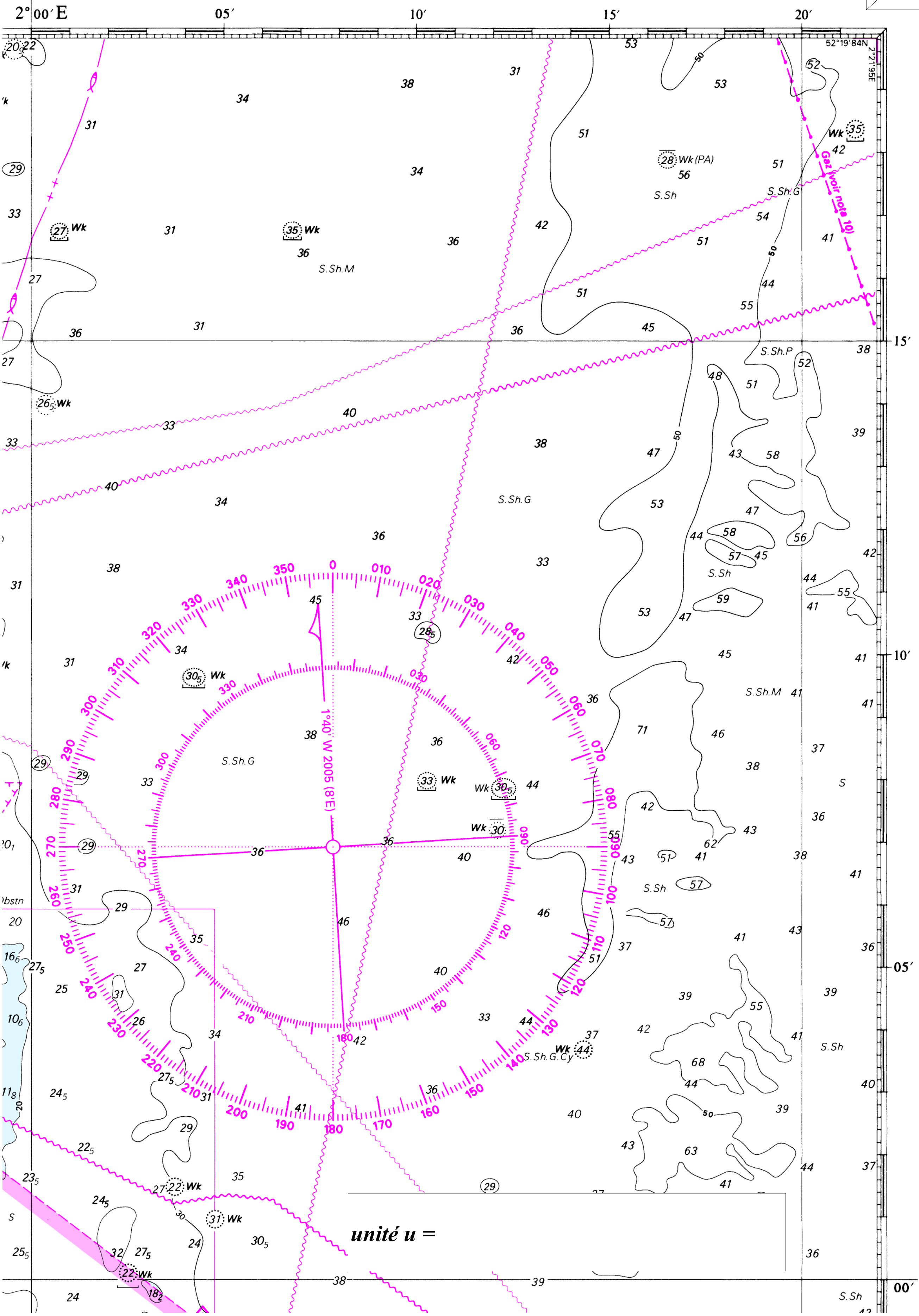
2 ***Tracer une échelle locale pour le point D (1 M représenté par 1 cm).***
Placer le phare et le navire puis mesurer les coordonnées E du navire

	/4

φ_E =	
G_E =	

3 *Calculer l'unité de la carte ci-dessous*

2



unité u =

4 ***Calculer la latitude du parallèle correspondant à la graduation 00' pour la carte ci-dessus*** **2**

latitude φ =

5 ***Calculer l'échelle de la carte ci-dessus pour la latitude 50°*** **2**

échelle e =

6 ***Détailler un avantage de la projection de Mercator pour les cartes marines***

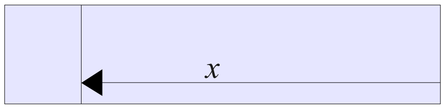
/ 2

On veut représenter une partie de l'hémisphère Sud sur une carte d'unité u = 0,579 mm/'de G.

Le coin inférieur droit de la carte représente la position $\begin{cases} \varphi_F = 66^\circ 33{,}6' S \\ G_F = 066^\circ 33{,}6' W \end{cases}$

On souhaite placer sur la carte le point G $\begin{cases} \varphi_G = 55^\circ 55{,}5' S \\ G_G = 077^\circ 11{,}1' W \end{cases}$

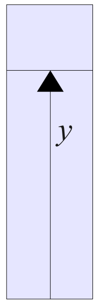
7 ***Calculer la largeur x entre le bord droit de la carte et le méridien G_G***



/ 2

x =	

8 ***Calculer la hauteur y entre le bas de la carte et le parallèle φ_G***



2

***y* =**	

NOTATIONS ET FORMULES DE NAVIGATION

Estime graphique

D	déclinaison	C_m	cap magnétique
d	déviation	γ	gisement
W	variation	R_s	route-surface
$dér$	dérive	V_f	vitesse-fond
Z_v	relèvement vrai	m	distance
C_c	cap compas	$\vec{V_c}$	vecteur courant

k coefficient d'accroissement horaire de l'incertitude

ΔC_c incertitude sur le cap-compas

R_0 rayon d'incertitude au démarrage de l'estime

Δt temps écoulé (depuis le démarrage de l'estime)

α demi-ouverture du cône d'incertitude

R_{fgTd} route-fond de garde à tribord

$W = D + d$	$Z_v = C_v + \gamma$
$C_v = C_m + D$	$R_s = C_v + dér$
$C_m = C_c + d$	$m = V_f \cdot \Delta t$
$Z_v = Z_c + W$	$\vec{V_f} = \vec{V_s} + \vec{V_c}$

$$k_s = \sqrt{(\Delta V_s)^2 + \left(V_s \cdot \tan(\Delta C_c + \Delta W + \Delta dér)\right)^2}$$

$$k_c = \sqrt{(\Delta V_c)^2 + \left(V_c \cdot \tan(\Delta R_c)\right)^2}$$

$$k = k_s + k_c \quad ; \quad R = R_0 + k \cdot \Delta t$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{k}{V_f}\right)$$

$$R_{fgTd} = R_f + \alpha \quad ; \quad R_{fgBd} = R_f - \alpha$$

Astronomie *(notations anglaises entre parenthèses)*

φ_e latitude estimée de l'observateur (L , lat)

G_e longitude estimée de l'observateur (λ , $long$)

AH_{vo} angle horaire du soleil depuis le méridien 000°W (GHA)

AH_{ag} angle horaire de l'astre depuis le méridien 000°W (LHA)

AH_{so} angle horaire sidéral depuis le méridien 000°W ($GHA\gamma$)

AV_a ascension verse de l'étoile (SHA)

P angle au pôle (p)

D déclinaison de l'astre (d , Dec)

Az azimut calculé (Z)

Z_e azimut estimé (Z_n)

i intercept (a)

H_v hauteur vraie de l'astre (H_o)

H_i hauteur instrumentale

H_e hauteur estimée (H_c)

ϵ excentricité

c collimation

l_d lecture du sextant à droite de zéro

γ variation horaire de l'écart en longitude du soleil et du navire (en °/heure)

$corr$ correction (réfraction lumineuse, dépression d

N_v distance zénithale, avec un signe ±

$$AH_{ag} = AH_{ao} - G_e \quad ; \quad AH_{ag} = AH_{so} + AV_a - G_e$$

$$si\ AH_{ag} < 180° \Rightarrow astre\ à\ l'Ouest \Rightarrow P = AH_{ag}$$
$$si\ AH_{ag} > 180° \Rightarrow astre\ à\ l'Est \Rightarrow P = 360 - AH_{ag}$$

$$H_e = \arcsin\left(\sin(\varphi_e) \cdot \sin(D) + \cos(\varphi_e)\cos(D)\cos(P)\right)$$

$$Az = \arctan\left(\frac{\sin(P)}{\cos(\varphi_e) \cdot \tan(D) - \sin(\varphi_e) \cdot \cos(P)}\right)$$

$$Az = arcos\left(\frac{\sin(D) - \sin(\varphi_e) \cdot \sin(H_e)}{\cos(\varphi_e) \cdot \cos(H_e)}\right)$$

$$Az = \arcsin\left(\frac{\cos(D) \cdot \sin(P)}{\cos(H_e)}\right)$$

$$astre\ à\ l'Est \Rightarrow Z_e = Az\ ; astre\ à\ l'Ouest \Rightarrow Z_e = 360 -$$

$$H_o = H_i + \epsilon + c \quad ; \quad c = \frac{l_d - l_g}{2} \quad ; \quad i = H_v - H_e$$

$$H_v = H_o - d - R + p + ½\,diam = H_o + corr1 + corr2$$

$$\gamma = 15^{°/heure} + \frac{V_f \cdot \sin R_f}{60 \cdot \cos \varphi_e} \quad ;$$

$$T_{cf\ méridienne} = T_{cf} + \frac{P}{\gamma}$$

$$\varphi_{mér} = N_v + D$$

$$N_v = \pm(90 - H_v)\ ; \pm du\ signe\ de\ (\varphi - D)$$

Fuseaux horaires

T_{co} heure au fuseau de Greenwich

T_{cf} heure au fuseau local (= $TU - f$)

T_{cg} heure au méridien local

f numéro du fuseau

$$T_{co} = T_{cf} + f = T_{cg} + G$$

relation heure & longitude : 1 heure = 15° de G *(ou 4s = 1' de G)*

Loxodromie

φ	latitude
G	longitude
Λ	latitude croissante
l	variation de latitude
g	variation de longitude
λ	variation de latitude croissante
m_{EW}	distance pour une route E/W
m_l	distance loxodromique
R_f	route-fond
R_{fq}	route-fond-quart
φ_m	latitude moyenne
u	unité de la carte
Δx	largeur de la carte en mm
Δy	hauteur de la carte en mm

échelle ... de la carte d'unité u à la latitude φ

$$l=\varphi_2-\varphi_1 \; ; \; g=G_2-G_1 \; ; \; m_{EW}=60\cdot|g|\cdot\cos(\varphi_m)$$

$$\Lambda(\varphi)=\frac{180}{\pi}\cdot\ln\left(\tan\left(45+\frac{\varphi}{2}\right)\right) \; ; \; l=\frac{m_l}{60}\cdot\cos(R_f)$$

formules exactes

$$g=-\lambda\cdot\tan(R_f)$$

$$R_{fq}=\arctan\left|\frac{g}{\lambda}\right|$$

$$m_l=\frac{60\cdot|l|}{\cos(R_{fq})}$$

formules approchées

$$g=-\frac{m\cdot\sin(R_f)}{60\cdot\cos(\varphi_m)}$$

$$R_{fq}=\arctan\left(\frac{|g|\cdot\cos(\varphi_m)}{|l|}\right)$$

$$m_l=\frac{60\cdot|g|\cdot\cos(\varphi_m)}{\sin(R_{fq})}$$

$$\varphi_m=\frac{\varphi_2+\varphi_1}{2}$$

$$u^{mm/'deG}=\frac{\Delta x^{mm}}{|\Delta G'|}=\frac{\Delta y^{mm}}{|\Delta \varphi'|} \; ;$$

$$\textit{échelle}=\frac{u^{mm/'deG}}{1852\cdot10^3\cdot\cos\varphi}$$

Orthodromie

m_o	distance orthodromique
A	angle entre cercle orthodromique et méridien du point de départ (<180°)
V	route-fond orthodromique initiale (<360°)
φ_v	latitude du vertex
G_v	longitude du vertex
Δt	durée du 1er tronçon de loxodromie
V_f	vitesse-fond
α	correction de Givry
R_f	route-fond du 1er tronçon de loxodromie

$$g=G_2-G_1 \; ; \textit{chemin le plus court pour } |g|<180°$$

$$m_o=\arcsin\left(\sin(\varphi_1)\cdot\sin(\varphi_2)+\cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2)\cos(g)\right)$$

$$A=arcos\left(\frac{\sin(\varphi_2)-\sin(\varphi_1)\cdot\cos\left(\frac{m_o}{60}\right)}{\cos(\varphi_1)\cdot\sin\left(\frac{m_o}{60}\right)}\right) \qquad \begin{cases} g>0\Rightarrow V=360°-A \\ g<0\Rightarrow V=A \end{cases}$$

$$|\varphi_v|=arcos\left(\cos(\varphi_1)\cdot\sin(A)\right) \qquad \begin{cases} A<90°\Rightarrow \varphi_v>0 \\ A>90°\Rightarrow \varphi_v<0 \end{cases}$$

$$G_v=G_1\pm arcos\left(\frac{\tan(\varphi_1)}{\tan(\varphi_v)}\right) \qquad \begin{cases} g>0\Rightarrow signe+ \\ g<0\Rightarrow signe- \end{cases};$$

$$\alpha=\frac{\Delta t\cdot V_f}{120}\cdot\sin(V)\cdot\tan(\varphi_1) \; ; \; R_f=V+\alpha$$

Marée (ports principaux SHOM)

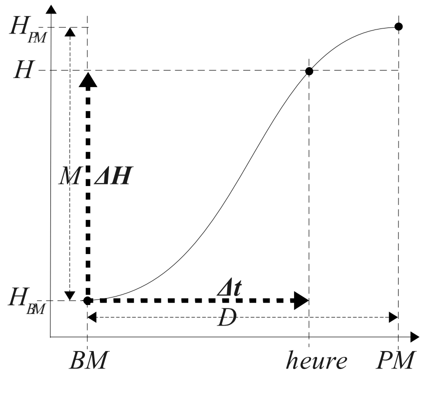
M	marnage
H_{BM}	hauteur à marée basse
f	facteur entre 0 (marée basse) et 1 (marée haute)

$$M=H_{PM}-H_{BM}$$

$$f=\frac{H-H_{BM}}{M} \; ;$$

$$H=H_{BM}+f\cdot M$$

Marée (ports secondaires SHOM)



marnage $M=H_{PM}-H_{BM}$

durée marée $D=|heure_{PM}-heure_{BM}|$

calcul de l'heure en fonction de la hauteur

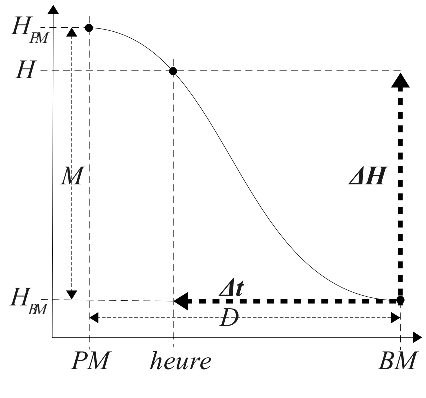
$$\Delta t=\frac{D}{90}\cdot\arcsin\sqrt{\frac{\Delta H}{M}}$$

$$heure=heure_{BM}\pm\Delta t \quad \begin{cases} + \textit{à marée montante} \\ - \textit{à marée descendante} \end{cases}$$

calcul de la hauteur en fonction de l'heure

$$\Delta H=M\cdot\left(\sin\frac{90\cdot\Delta t}{D}\right)^2$$

$$H=H_{BM}+\Delta H$$



INTERROGATION DE NAVIGATION

NOM	*Cours : Mercator*	/20
DUREE 1 heure	*tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics*	

Un navire part de Hanga Roa (île de Pâque, Chili) au point A $\begin{cases} \varphi_A = 27°09{,}6'\,S \\ G_A = 109°27{,}8'\,W \end{cases}$

Il navigue durant 1 jour 23 heures et 32 minutes à la vitesse-fond moyenne de 41,2 nds en route au Sud jusqu'au point B.
Puis il fait route durant 2 jour 33 heures et 444 minutes à la vitesse-fond moyenne de 0,8 nds en route à l'Ouest jusqu'au point C.

/4

1 Calculer les coordonnées géographiques des points B et C

de A vers B : route au Sud le long du méridien $G_A = 109°27{,}8'W = G_B$

durée du trajet $\Delta t_1 = 24h + 23h32 = 47h32$

distance parcourue $m_1 = V_{F_1} \cdot \Delta t_1 = 41{,}2 \text{ nds} \times 47h32 = 1958{,}4\,M$

$|\Delta\varphi| = \dfrac{m_1}{60} = 32{,}640° = 32°38{,}4'$ or en route au Sud $\Delta\varphi < 0$

donc $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = -32°38{,}4'$

alors $\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi = (-27°09{,}6') + (-32°38{,}4') = -59°48' = 59°48'S$

de B vers C : route à l'Ouest le long du parallèle $\varphi_B = 59°48'S = \varphi_C$

durée du trajet $\Delta t_2 = 2 \times 24h + 33h\,444\,min = 88h\,24\,min$

distance parcourue $m_2 = V_{F2} \cdot \Delta t_2 = 0{,}8 \text{ nds} \times 88h24 = 70{,}7\,M$

$|\Delta G| = \dfrac{m}{60 \cdot \cos\varphi_B} = \dfrac{70{,}7\,M}{60 \cdot \cos(-59°48')} = 2{,}343° = 2°20{,}6'$

or en route à l'Ouest $\Delta G > 0$ alors $\Delta G = G_C - G_B = +2°20{,}6'$

donc $G_C = G_B + \Delta G = (+109°27{,}8') + (+2°20{,}6') = +111°48{,}4'$

$G_C = 111°48{,}4\,W$

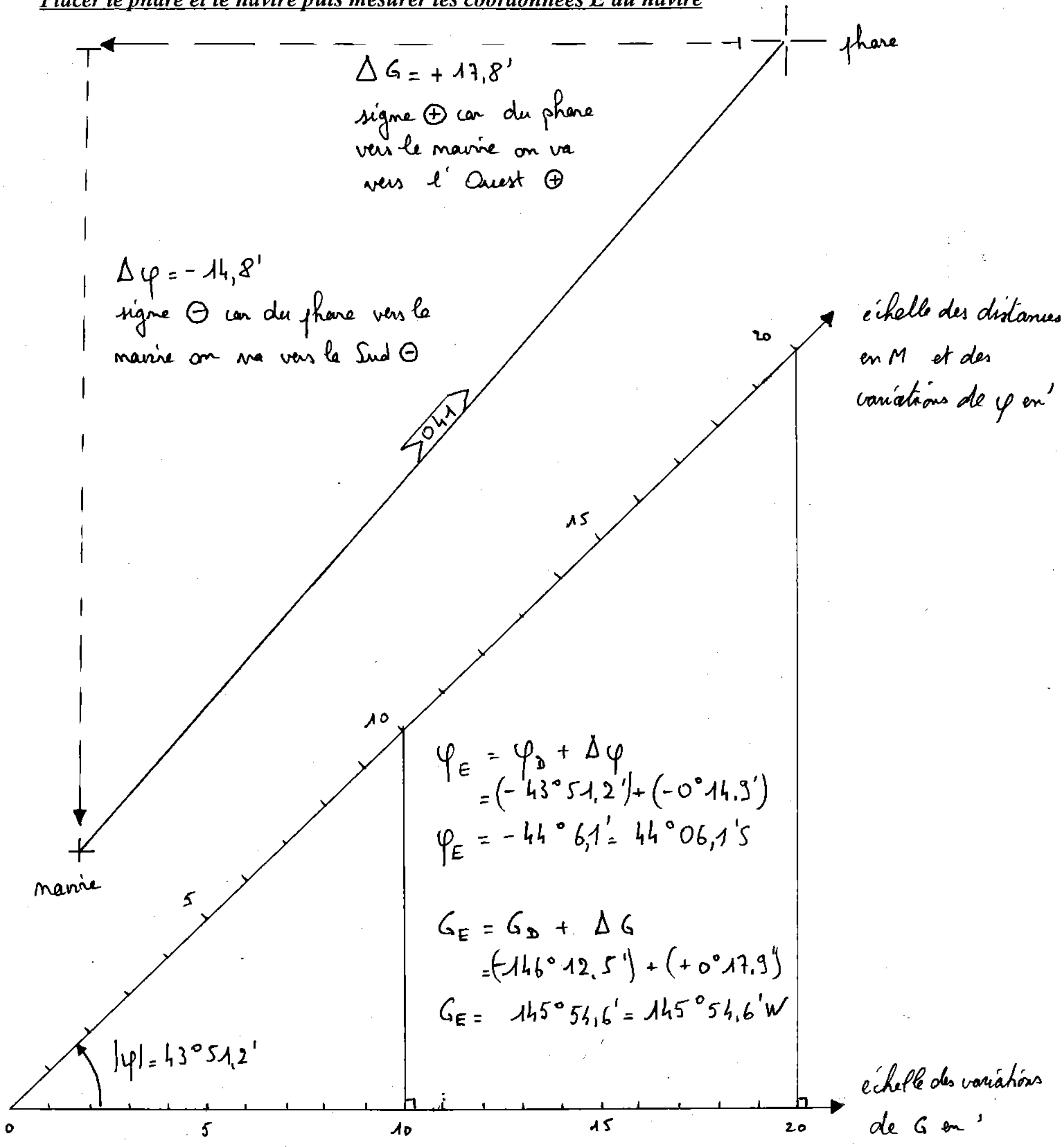
	B	C
$\varphi =$	59°48'S	59°48'S
$G =$	109°27,8'W	111°48,4'W

Un navire approche de la Tasmanie et aperçoit un phare dans l'azimut vrai $Z_V = 041°$ à 19,7 M.

La position du phare sur la carte est le point D $\begin{cases} \varphi_D = 43°51{,}2'\,S \\ G_D = 146°12{,}5'\,E \end{cases}$

	4

2 Tracer une échelle locale pour le point D (1 M représenté par 1 cm). Placer le phare et le navire puis mesurer les coordonnées E du navire



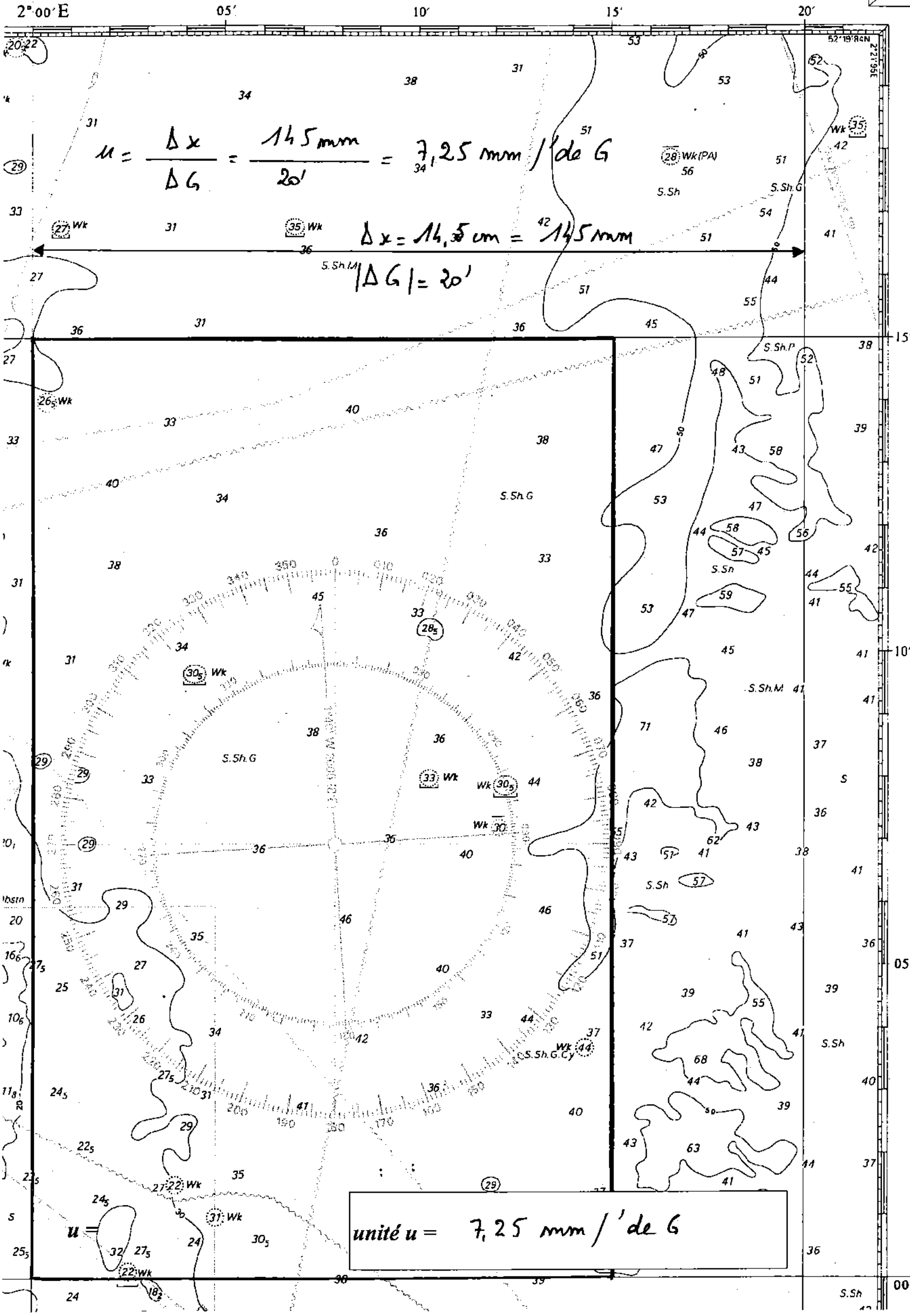
$\varphi_E = \varphi_D + \Delta\varphi$
$= (-43°51{,}2') + (-0°14{,}9')$
$\varphi_E = -44°6{,}1' = 44°06{,}1'S$

$G_E = G_D + \Delta G$
$= (-146°12{,}5') + (+0°17{,}9')$
$G_E = 145°54{,}6' = 145°54{,}6'W$

$\varphi_E =$	44°06,1 S
$G_E =$	145°54,6' W

3 <u>*Calculer l'unité de la carte ci-dessous*</u>

	2



$u = \dfrac{\Delta x}{\Delta G} = \dfrac{145 \text{ mm}}{20'} = 7{,}25 \text{ mm} / ' \text{ de } G$

$\Delta x = 14{,}5 \text{ cm} = 145 \text{ mm}$

$|\Delta G| = 20'$

unité u = 7,25 mm / ' de G

4 Calculer la latitude du parallèle correspondant à la graduation 00' pour la carte ci-dessus

2

→ à l'équateur, un rectangle de 1' de φ en hauteur et 1' de G en largeur est un carré de 1M de côté car la dilatation des latitudes à l'équateur est $\frac{1}{\cos\varphi}$ avec $\varphi = 0$ soit $\frac{1}{\cos 0} = \frac{1}{1} = 1$

→ à une latitude quelconque φ ce rectangle a toujours une hauteur de 1M mais une largeur de $1' . \cos\varphi = \cos\varphi . M$ (distance en M). le rapport hauteur / largeur est donc $\frac{1}{\cos\varphi}$.

→ sur la carte de la question 3 le rectangle de hauteur 15' de φ et de largeur 15' de G a pour rapport hauteur / largeur

$\frac{17{,}62 \text{ cm}}{10{,}89 \text{ cm}} = 1{,}6180 = \frac{1}{\cos\varphi}$ donc

$\cos\varphi = 0{,}6180$ et $|\varphi| = 51{,}8° \simeq 52°$

latitude $\varphi =$ 52° N — N car les valeurs augmentent vers le haut

5 Calculer l'échelle de la carte ci-dessus pour la latitude 50°

2

échelle $e = \frac{u}{1852\,000 \cdot \cos\varphi} = \frac{7{,}25 \text{ mm} / ' \text{ de G}}{1852\,000 . \cos 50°}$

$e = 6{,}090 . 10^{-6} = \frac{1}{164\,199}$

échelle e = 1 : 164 199

6 <u>***Détailler un avantage de la projection de Mercator pour les cartes marines***</u>

	2

– les routes à cap constant (loxodromie) sont représentées par des droites

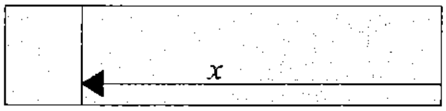
– les angles sont conservés donc on peut tracer des points par relèvements (carte conforme)

On veut représenter une partie de l'hémisphère Sud sur une carte d'unité u = 0,579 mm/'de G.

Le coin inférieur droit de la carte représente la position $\begin{cases} \varphi_F = 66°33{,}6\,'S \\ G_F = 066°33{,}6\,'W \end{cases}$

On souhaite placer sur la carte le point G $\begin{cases} \varphi_G = 55°55{,}5\,'S \\ G_G = 077°11{,}1\,'W \end{cases}$

7 <u>***Calculer la largeur x entre le bord droit de la carte et le méridien*** G_G</u>



	2

$x = u \cdot |\Delta G|$ avec $\Delta G = G_G - G_F$

$= (+077°11{,}1') - (+066°33{,}6')$

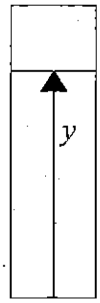
$= +10°37{,}5'$

$x = 0{,}579 \text{ mm/'de G} \times 10°37{,}5' \times 60$

$x = 369{,}1 \text{ mm}$

$x =$	369,1 mm

8 <u>*Calculer la hauteur y entre le bas de la carte et le parallèle φ_G*</u>



2

$$y = u \cdot |\Delta \Lambda(\varphi)|$$

avec $\Delta \Lambda(\varphi) = \Lambda(\varphi_G) - \Lambda(\varphi_F)$

et $\Lambda(\varphi_G) = \frac{180}{\pi} \ln\left(\tan\left(\frac{\varphi_G}{2} + 45°\right)\right) = -67{,}764°$

$\Lambda(\varphi_F) = -90{,}117°$

$\Delta \Lambda(\varphi) = +22{,}353°$

alors $y = 0{,}579$ mm /'de $6 \times 22{,}353° \times 60'$

$y = 776{,}5$ mm

y =	776,5 mm