

# INTERROGATION DE NAVIGATION

<b>NOM</b>	<b>Cours : orthodromie</b>	20
<b>DUREE</b> <i>30 minutes</i>	tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics	

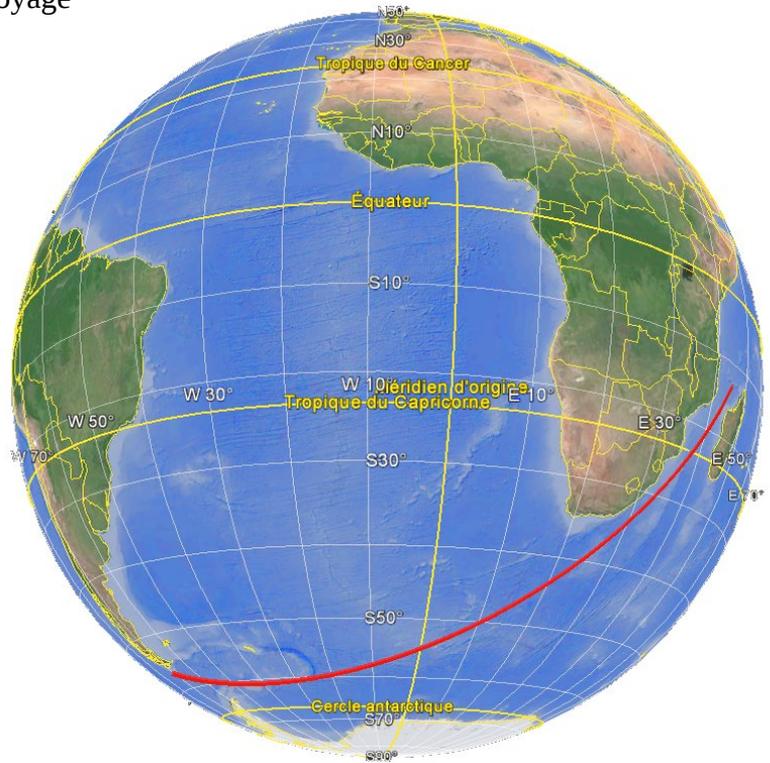
Le commandant vous demande de préparer le voyage

de Mayotte (France)

$$\begin{cases} \varphi_1 = 12^\circ 34,6' S \\ G_1 = 044^\circ 53,1' E \end{cases}$$

vers le Cap Horn (Chili)

$$\begin{cases} \varphi_2 = 56^\circ 49,9' S \\ G_2 = 067^\circ 39,4' W \end{cases}$$



### Formulaire

- $m_o$  distance orthodromique
- $A$  angle entre cercle orthodromique et méridien du point de départ ( $<180^\circ$ )
- $V$  route-fond orthodromique initiale ( $<360^\circ$ )
- $\varphi_v$  latitude du vertex
- $G_v$  longitude du vertex
- $\Delta t$  durée du 1<sup>er</sup> tronçon de loxodromie
- $V_f$  vitesse-fond
- $\alpha$  correction de Givry
- $R_f$  route-fond du 1<sup>er</sup> tronçon de loxodromie
  
- $m_{EW}$  distance pour une route E/W

$$g = G_2 - G_1 ; \text{chemin le plus court pour } |g| < 180^\circ$$

$$m_o = 60 \cdot \arccos(\sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \cos(g))$$

$$A = \arccos\left(\frac{\sin(\varphi_2) - \sin(\varphi_1) \cdot \cos\left(\frac{m_o}{60}\right)}{\cos(\varphi_1) \cdot \sin\left(\frac{m_o}{60}\right)}\right) \quad \begin{cases} g > 0 \Rightarrow V = 360^\circ - A \\ g < 0 \Rightarrow V = A \end{cases}$$

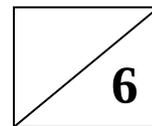
$$|\varphi_v| = \arccos(\cos(\varphi_1) \cdot \sin(A)) \quad \begin{cases} A < 90^\circ \Rightarrow \varphi_v > 0 \\ A > 90^\circ \Rightarrow \varphi_v < 0 \end{cases}$$

$$G_v = G_1 \pm \arccos\left(\frac{\tan(\varphi_1)}{\tan(\varphi_v)}\right) \quad \begin{cases} g > 0 \Rightarrow \text{signe} + \\ g < 0 \Rightarrow \text{signe} - \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\Delta t \cdot V_f}{120} \cdot \sin(V) \cdot \tan(\varphi_1) ; R_f = V + \alpha$$

$$m_{EW} = 60 \cdot |g| \cdot \cos(\varphi_m)$$

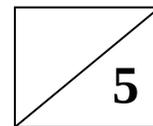
**1** Calculer la distance orthodromique et les coordonnées du vertex de Mayotte vers le Cap Horn



<i>distance ortho</i> $m_o =$	$M$ vertex $V \begin{cases} \varphi_V = \\ G_V = \end{cases}$
-------------------------------	---

Pour les questions suivantes, on utilise le vertex  $X$  de l'orthodromie partant de Mayotte vers le Cap Horn.

$$\begin{cases} \varphi_X = 60^\circ 00,0' S \\ G_X = 038^\circ 00,0' W \end{cases}$$



On souhaite porter sur la carte de Mercator les points de l'orthodromie de longitude  $040^\circ E$ ,  $030^\circ E$  etc

**2** Calculer les latitudes des points de l'orthodromie de  $10^\circ$  en  $10^\circ$  de longitude de  $040^\circ E$  à  $000^\circ E$

$\varphi$	G
	<b><i>040°E</i></b>
	<b><i>030°E</i></b>
	<b><i>020°E</i></b>
	<b><i>010°E</i></b>
	<b><i>000°E</i></b>

Enfin le commandant décide de suivre une orthodromie de Mayotte jusqu'au parallèle du Cap Horn puis une route à l'Ouest jusqu'au Cap Horn.

**3**

Calculer les coordonnées du vertex Y de cette orthodromie, situé sur le parallèle  $\varphi_2$



vertex Y	{	$\varphi_Y =$ $G_Y =$
----------	---	--------------------------

Pour la question suivante, on utilisera le vertex Y de longitude  $G_Y = 037^\circ 00,0' W$

**4**

Calculer la longueur du parcours mixte : orthodromie de Mayotte au vertex Y suivi d'une loxodromie de Y au Cap Horn. Comparez avec le trajet orthodromique pur.



$m_{ortho\ M-Y} =$	<b>M</b>	$m_{loxo\ Y-CH} =$	<b>M</b>	$m_{mixte} =$	<b>M</b>	$m_{mixte} - m_{ortho} =$	<b>M</b>
--------------------	----------	--------------------	----------	---------------	----------	---------------------------	----------

# INTERROGATION DE NAVIGATION

<b>NOM</b>	<i>Cours : orthodromie</i>	<b>20</b>
<b>DUREE</b> <i>30 minutes</i>	tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics	

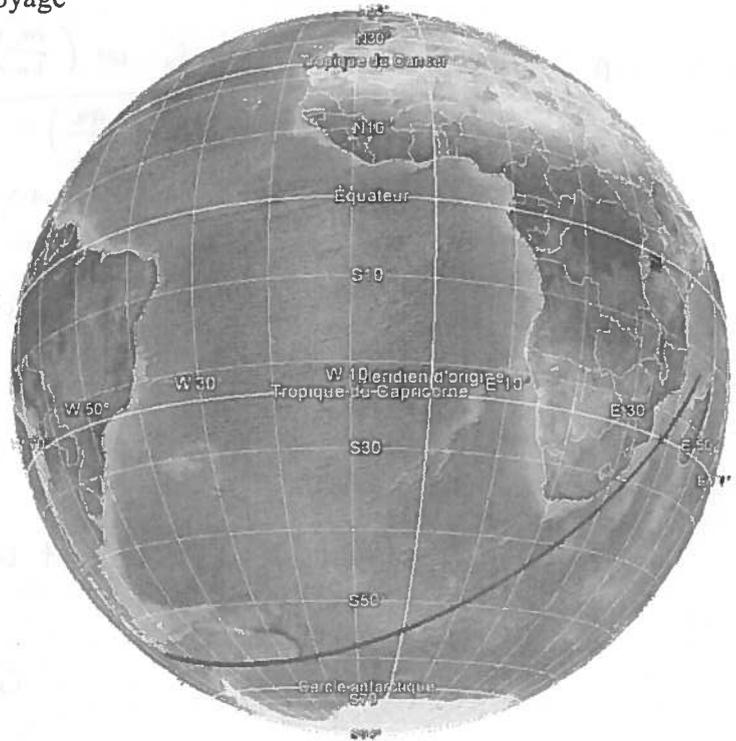
Le commandant vous demande de préparer le voyage

de Mayotte (France)

$$\begin{cases} \varphi_1 = 12^\circ 34,6' S \\ G_1 = 044^\circ 53,1' E \end{cases}$$

vers le Cap Horn (Chili)

$$\begin{cases} \varphi_2 = 56^\circ 49,9' S \\ G_2 = 067^\circ 39,4' W \end{cases}$$



### Formulaire

- $m_o$  distance orthodromique
- $A$  angle entre cercle orthodromique et méridien du point de départ ( $< 180^\circ$ )
- $V$  route-fond orthodromique initiale ( $< 360^\circ$ )
- $\varphi_v$  latitude du vertex
- $G_v$  longitude du vertex
- $\Delta t$  durée du 1<sup>er</sup> tronçon de loxodromie
- $V_f$  vitesse-fond
- $\alpha$  correction de Givry
- $R_f$  route-fond du 1<sup>er</sup> tronçon de loxodromie
  
- $m_{EW}$  distance pour une route E/W

$g = G_2 - G_1$  ; chemin le plus court pour  $|g| < 180^\circ$

$m_o = 60 \cdot \arccos \left( \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \cos(g) \right)$

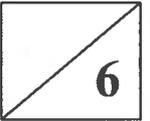
$$A = \arccos \left( \frac{\sin(\varphi_2) - \sin(\varphi_1) \cdot \cos\left(\frac{m_o}{60}\right)}{\cos(\varphi_1) \cdot \sin\left(\frac{m_o}{60}\right)} \right) \quad \begin{cases} g > 0 \Rightarrow V = 360^\circ - A \\ g < 0 \Rightarrow V = A \end{cases}$$

$$|\varphi_v| = \arccos \left( \cos(\varphi_1) \cdot \sin(A) \right) \quad \begin{cases} A < 90^\circ \Rightarrow \varphi_v > 0 \\ A > 90^\circ \Rightarrow \varphi_v < 0 \end{cases}$$

$$G_v = G_1 \pm \arccos \left( \frac{\tan(\varphi_1)}{\tan(\varphi_v)} \right) \quad \begin{cases} g > 0 \Rightarrow \text{signe} + \\ g < 0 \Rightarrow \text{signe} - \end{cases}$$

$\alpha = \frac{\Delta t \cdot V_f}{120} \cdot \sin(V) \cdot \tan(\varphi_1)$  ;  $R_f = V + \alpha$

$m_{EW} = 60 \cdot |g| \cdot \cos(\varphi_m)$

**1**Calculer la distance orthodromique et les coordonnées du vertex de Mayotte vers le Cap Horn

$$g = G_2 - G_1 = (+067^{\circ}39,4') - (-044^{\circ}53,1') = 112^{\circ}32,5'$$

$$m_0 = 60 \cdot \arccos(\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos g) = 5477,1 \text{ M}$$

$$A = \arccos\left(\frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos\left(\frac{m}{60}\right)}{\cos \varphi_1 \cdot \sin\left(\frac{m}{60}\right)}\right) = 149,640^{\circ}$$

$$g > 0 \text{ donc } V = 360^{\circ} - A = 210,4^{\circ} \text{ (pas demandé)}$$

$$|\varphi_V| = \arccos(\cos \varphi_1 \cdot \sin A) = 60^{\circ}26,5'$$

$$A > 90^{\circ} \text{ donc } \varphi_V < 0 : \quad \varphi_V = 60^{\circ}26,5' S$$

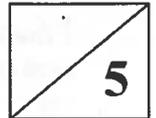
$$G_V = G_1 \pm \arccos\left(\frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_V}\right) = +037^{\circ}50,8' \quad (\oplus \text{ car } g > 0)$$

$$G_V = 037^{\circ}50,8' W$$

distance ortho $m_0 = 5477,1$	M vertex V	$\begin{cases} \varphi_V = 60^{\circ}26,5' S \\ G_V = 037^{\circ}50,8' W \end{cases}$
-------------------------------	------------	---

Pour les questions suivantes, on utilise le vertex X  
de l'orthodromie partant de Mayotte vers le Cap Horn.

$$\begin{cases} \varphi_x = 60^\circ 00,0' S \\ G_x = 038^\circ 00,0' W \end{cases}$$



On souhaite porter sur la carte de Mercator les points de l'orthodromie de longitude  $020^\circ W$ ,  $030^\circ W$  etc

2

Calculer les latitudes des points de l'orthodromie de  $10^\circ$  en  $10^\circ$  de longitude de  $020^\circ W$  à  $060^\circ W$

$$G_y = G_p \mp \arccos \left( \frac{\tan \varphi_p}{\tan \varphi_x} \right)$$

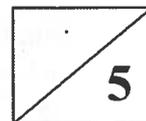
$$\text{alors } \varphi_p = \arctan \left( \cos (G_x - G_p) \cdot \tan \varphi_x \right)$$

on calcule ainsi les latitudes des points ci-dessous :

$\varphi$	G
$58^\circ 44,4' S$	$020^\circ W$
$59^\circ 45,4' S$	$030^\circ W$
$59^\circ 59,1' S$	$040^\circ W$
$59^\circ 26,9' S$	$050^\circ W$
$58^\circ 05,4' S$	$060^\circ W$

Pour les questions suivantes, on utilise le vertex X de l'orthodromie partant de Mayotte vers le Cap Horn.

$$\begin{cases} \varphi_X = 60^\circ 00,0' S \\ G_X = 038^\circ 00,0' W \end{cases}$$



On souhaite porter sur la carte de Mercator les points de l'orthodromie de longitude  $040^\circ E$ ,  $030^\circ E$  etc

2

Calculer les latitudes des points de l'orthodromie de  $10^\circ$  en  $10^\circ$  de longitude de  $040^\circ E$  à  $000^\circ E$

$$G_V = G_1 \pm \arccos \left( \frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_V} \right)$$

$$\text{donc } \varphi_I = \arctan \left( \tan \varphi_X \cdot \cos (G_X - G_I) \right)$$

où X est le vertex et I un point de l'orthodromie dont on connaît seulement la longitude.

on trouve ainsi les valeurs du tableau:

$\varphi$	G
$19^\circ 48,3' S$	$040^\circ E$
$32^\circ 58,6' S$	$030^\circ E$
$42^\circ 32,8' S$	$020^\circ E$
$49^\circ 12,7' S$	$010^\circ E$
$53^\circ 46,3' S$	$000^\circ E$

Finalemment le commandant décide de suivre une orthodromie de Mayotte jusqu'au parallèle du Cap Horn puis une route à l'Ouest jusqu'au Cap Horn.

3

Calculer les coordonnées du vertex Y de cette orthodromie, situé sur le parallèle  $\varphi_2$



on cherche un vertex Y de latitude  $\varphi_Y = \varphi_2$

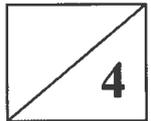
$$G_Y = G_1 \pm \arcsin \left( \frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_2} \right) = +036^\circ 43,8' = 036^\circ 43,8' W$$

vertex Y	$\varphi_Y =$	$56^\circ 49,9' S$
	$G_Y =$	$036^\circ 43,8' W$

Pour la question suivante, on utilisera le vertex Y de longitude  $G_Y = 037^\circ 00,0' W$

4

Calculer la longueur du parcours mixte : orthodromie de Mayotte au vertex Y suivi d'une loxodromie de Y au Cap Horn. Comparez avec le trajet orthodromique pur.



de Mayotte à Y :

$$g = G_Y - G_1 = (+37^\circ 00,0') - (-044^\circ 53,1')$$

$$g = 81^\circ 53,1'$$

$$m_{ortho M-Y} = 4504,2 M$$

du vertex Y au Cap Horn :

$$g = G_2 - G_Y = (+067^\circ 39,4') - (037^\circ 00,0')$$

$$g = 30^\circ 39,4'$$

$$m_{loxo Y-CH} = 60 \cdot |g| \cdot \cos \varphi \quad \text{avec } \varphi = \varphi_Y = \varphi_{CH}$$

$$m_{loxo Y-CH} = 1006,3 M$$

$$m_{mixte} = m_{ortho M-Y} + m_{loxo Y-CH} = 5510,5 M$$

$$m_{mixte} - m_{ortho} = 33,4 M$$

$m_{ortho M-Y} = 4504,2 M$	$m_{loxo Y-CH} = 1006,3 M$	$m_{mixte} = 5510,5 M$	$m_{mixte} - m_{ortho} = 33,4 M$
----------------------------	----------------------------	------------------------	----------------------------------

Enfin le commandant décide de ne pas descendre plus au Sud que le parallèle 58°S : faire une orthodromie du départ au 58°S, une route à l'Ouest puis une orthodromie du 58°S jusqu'à l'arrivée.

**3** Calculer les coordonnées des points Y au début et Z à la fin de la route à l'Ouest.



$$G_Y = G_1 \pm \arcsin\left(\frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_2}\right) = (-044^{\circ}53,1') + \arcsin\left(\frac{\tan(-12^{\circ}34,6')}{\tan(-58^{\circ})}\right)$$

$$G_Y = 037^{\circ}06,1' W$$

⊕ car on va vers l'Ouest

$$G_Z = G_2 \pm \arcsin\left(\frac{\tan \varphi_2}{\tan \varphi_2}\right) = (+067^{\circ}39,4') - \arcsin\left(\frac{\tan(-56^{\circ}49,9')}{\tan(-58^{\circ})}\right)$$

$$G_Z = 050^{\circ}36,4' W$$

$Y \begin{cases} \varphi_Y = 58^{\circ}00,0'S \\ G_Y = 037^{\circ}06,1' W \end{cases}$	$Z \begin{cases} \varphi_Z = 58^{\circ}00,0'S \\ G_Z = 050^{\circ}36,4' W \end{cases}$
--	--

**4** Calculer la longueur du parcours mixte : orthodromie de Mayotte à Y, route à l'Ouest de Y à Z puis orthodromie de Z au Cap Horn. Comparez avec le trajet orthodromique pur.



ortho de Mayotte à Y :  $g = G_Y - G_1 = (037^{\circ}06,1') - (-044^{\circ}53,1') = +81^{\circ}59,2'$   
 $m_{ortho M-Y} = 4507,33 \text{ M}$

ortho de Y à Z :  $g = G_Z - G_Y = 13^{\circ}30,3'$   
 $m_{ouest YZ} = 60 \cdot |g| \cdot \cos(-58^{\circ}) = 429,39 \text{ M}$

ortho de Z au Cap Horn :  $g = G_2 - G_Z = (067^{\circ}39,4') - (050^{\circ}36,4') = 17^{\circ}03,0'$   
 $m_{ortho Z-CH} = 556,56 \text{ M}$

trajet mixte =  $m_{ortho M-Y} + m_{ouest YZ} + m_{ortho Z-CH} = 5493,28 \text{ M}$

gain =  $m_{mixte} - m_{ortho} = 16,1 \text{ M}$

$m_{ortho M-Y} =$ 4507,3 M	$m_{ouest YZ} =$ 429,4 M	$m_{ortho Z-CH} =$ 556,6 M	$m_{mixte} =$ 5493,3 M	$m_{mixte} - m_{ortho} =$ 16,1 M
-------------------------------	-----------------------------	-------------------------------	---------------------------	-------------------------------------