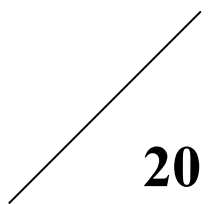
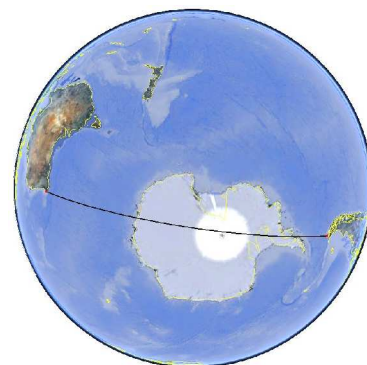


INTERROGATION DE NAVIGATION

NOM	Cours : loxodromie, orthodromie	
DUREE 2 heures 30	tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude sera immédiatement exclu de la salle d'examen et risque l'exclusion temporaire ou définitive de toute école et d'une ou plusieurs sessions d'examen sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics	

Vous préparez la traversée du cap Leeuwin (Sud Ouest de l'Australie) vers le cap Horn. La route orthodromique passe trop au Sud et franchit le continent Antarctique. Le commandant vous demande donc d'envisager une orthodromie mixte de manière à ne pas descendre plus au Sud que le parallèle 70°S.

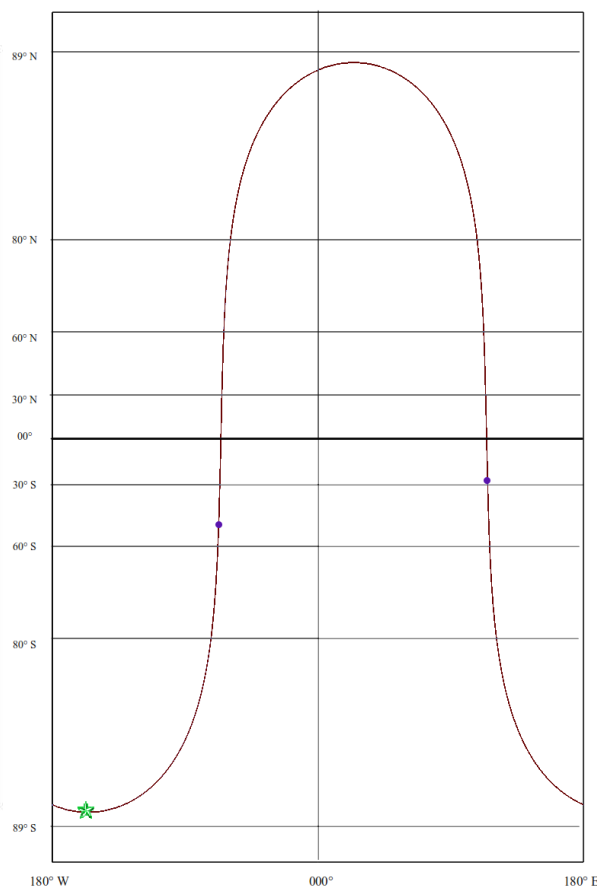


Pour toutes les questions, on considèrera que la route envisagée passe entre les îles.

cap Leeuwin $\begin{cases} \varphi_L = 34^\circ 36,9' S \\ G_L = 115^\circ 11,3' E \end{cases}$

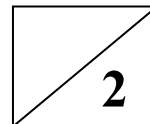
cap Horn $\begin{cases} \varphi_H = 55^\circ 59,4' S \\ G_H = 067^\circ 16,1' W \end{cases}$

$G_2 - G_1 = 182,457^\circ$	$> 180^\circ$ donc il faut prendre la route par l'Est	ENMM MARSEILLE PEMLB
$g = -177,543^\circ$		$g = (G_2 - G_1) - 360^\circ$
$m_o = 5362,2 M$		$m_o = 60 \cdot \arccos(\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos g)$
$A = 178,626^\circ$		$A = \arccos((\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos(m_o/60)) / (\cos \varphi_1 \cdot \sin(m_o/60)))$
$V = 178,626^\circ$	puisque $g < 0$ on obtient	$V = A$
$I \varphi_v = 88,869^\circ$		$ \varphi_v = \arccos(\cos \varphi_1 \cdot \sin A)$
$\varphi_v = 88^\circ 52,2' S$	puisque $A > 90$ on obtient	$\varphi < 0$ latitude SUD
$ G_v - G_1 = 89,219^\circ$		$ G_v - G_1 = \arccos(\tan \varphi_1 / \tan \varphi_v)$
$G_v = 155^\circ 35,5' W$	puisque $g < 0$ on obtient	$G_v = G_1 - \arccos(\tan \varphi_1 / \tan \varphi_v)$
$\alpha = -0,070^\circ$	correction de Givry	$\alpha = (durée \cdot V_f) / 120 \cdot \sin V \cdot \tan \varphi_1$
$R_{f \text{ loxo}} = 178,6^\circ$	pour le 1er tronçon	$R_{f \text{ loxo}} = V + \alpha$
$R_{f \text{ quart loxo}} = 080,1^\circ$	pour une route loxo de 1 vers 2	$R_{f \text{ quart loxo}} = \arctan(g / \lambda)$
$m_{\text{loxo}} = 7469,2 M$		$m_{\text{loxo}} = 60 \cdot I / \cos R_{f \text{ quart loxo}}$
gain _{ortho/loxo} = 2107,0 M		



On appelle I_1 le vertex de latitude $\varphi_{I_1} = 70^\circ S$ de l'orthodromie partant du cap Leeuwin vers l'Est et I_2 le vertex de latitude $\varphi_{I_2} = 70^\circ S$ de l'orthodromie vers l'Est arrivant au cap Horn.

1 Calculer les coordonnées des points I_1 et I_2 .

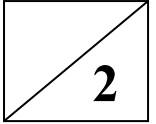


$I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = \\ G_{I_1} = \end{cases}$	$I_2 \begin{cases} \varphi_{I_2} = \\ G_{I_2} = \end{cases}$
--	--

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$ et $I_2 \begin{cases} \varphi_{I_2} = 70^\circ S \\ G_{I_2} = 125^\circ W \end{cases}$

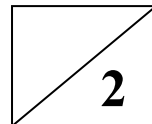
2

Calculer la distance de chaque orthodromie, de la loxodromie et la distance totale



$m_{o1} =$	$m_{loxo} =$	$m_{o2} =$	$m_{total} =$
------------	--------------	------------	---------------

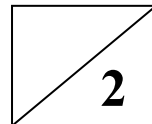
Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$



3 Calculer la latitude à laquelle l'orthodromie du cap Leeuwin vers I_1 franchit le méridien $G_M = 180^\circ W$

$$M \begin{cases} \varphi_M = \\ G_M = 180^\circ W \end{cases}$$

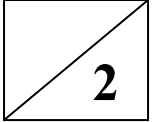
Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$



4 Calculer la longitude à laquelle l'orthodromie du cap Leeuwin vers I_1 franchit le cercle polaire antarctique $\varphi_A = 66^\circ 33,6' S$

$$A \begin{cases} \varphi_A = 66^\circ 33,6' S \\ G_A = \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$

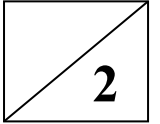


5

Calculer la route-fond initiale pour un premier tronçon de loxodromie de 72 heures à 25 nds pour suivre au plus près l'orthodromie du cap Leeuwin vers I_1

$V_{oI} =$	$\alpha_{oI} =$	$R_{flox o I} =$
------------	-----------------	------------------

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $R_{f\text{ loxo }1} = 151^\circ$



6

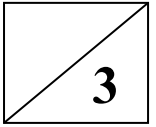
Calculer le point final P_1 du 1^{er} tronçon de loxodromie de 72 heures à 25 nds partant du cap Leeuwin avec $R_{f\text{ loxo }1} = 151^\circ$

$$P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = \\ G_{P_1} = \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 61^\circ S \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' E \end{cases}$ et $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$

7

Calculer la route-fond du 2nd tronçon de loxodromie du point P_1 vers I_1



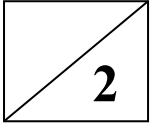
$R_{f\text{quart } 2} =$	$R_{f\text{loxo } 2} =$
--------------------------	-------------------------

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes :

$$P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 61^\circ S \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' E \end{cases}$$

$$I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$$

$$R_{floxoxo\ 2} = 113^\circ$$



8

Calculer la latitude à laquelle le 2nd tronçon de loxodromie

partant de P_1 avec $R_{floxoxo\ 2} = 113^\circ$ franchit le méridien $G_N = 180^\circ W$

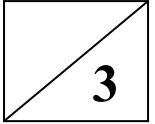
$$N \begin{cases} \varphi_N = \\ G_N = 180^\circ E \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes :

$$P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 61^\circ S \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' E \end{cases}$$

$$I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$$

$$R_{f_{loxo} 2} = 113^\circ$$



9

Calculer la longitude à laquelle le 2nd tronçon de loxodromie

partant de P_1 avec $R_{f_{loxo} 2} = 113^\circ$ franchit le cercle polaire antarctique $\varphi_B = 66^\circ 33,6' S$

$$B \begin{cases} \varphi_B = 66^\circ 33,6' S \\ G_B = \end{cases}$$

NOTATIONS ET FORMULES DE NAVIGATION

Loxodromie

φ	latitude
G	longitude
Λ	latitude croissante
l	variation de latitude
g	variation de longitude
λ	variation de latitude croissante
m_{EW}	distance pour une route E/W
m_l	distance loxodromique
R_f	route-fond
R_{fq}	route-fond-quart
φ_m	latitude moyenne
u	unité de la carte (en mm / ' de G)
Δx	largeur de la carte en mm
Δy	hauteur de la carte en mm
$échelle$	... de la carte d'unité u à la latitude φ

$$l = \varphi_2 - \varphi_1 ; \quad g = G_2 - G_1 ; \quad m_{EW} = 60 \cdot |g| \cdot \cos(\varphi_m)$$

$$\Lambda(\varphi) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right) \right) ; \quad l = \frac{m_l}{60} \cdot \cos(R_f)$$

formules exactes

$$g = -\lambda \cdot \tan(R_f)$$

$$R_{fq} = \arctan \left| \frac{g}{\lambda} \right|$$

$$m_l = \frac{60 \cdot |\lambda|}{\cos(R_{fq})}$$

formules approchées

$$g = -\frac{m \cdot \sin(R_f)}{60 \cdot \cos(\varphi_m)}$$

$$R_{fq} = \arctan \left(\frac{|g| \cdot \cos(\varphi_m)}{|\lambda|} \right)$$

$$m_l = \frac{60 \cdot |g| \cdot \cos(\varphi_m)}{\sin(R_{fq})}$$

$$\varphi_m = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$$

$$u^{mm / ' de G} = \frac{\Delta x^{mm}}{|\Delta G'|} = \frac{\Delta y^{mm}}{|\Delta \varphi'|} ; \quad échelle = \frac{u^{mm / ' de G}}{1852 \cdot 10^3 \cdot \cos \varphi}$$

$$\varphi = 2 \cdot \left(\arctan \left(e^{\frac{\pi \cdot \Lambda}{180}} \right) - 45 \right)$$

Orthodromie

m_o	distance orthodromique
A	angle entre cercle orthodromique et méridien du point de départ (<180°)
V	route-fond orthodromique initiale (<360°)
φ_v	latitude du vertex
G_v	longitude du vertex
Δt	durée du 1 ^{er} tronçon de loxodromie
V_f	vitesse-fond
α	correction de Givry
R_f	route-fond du 1 ^{er} tronçon de loxodromie

$$g = G_2 - G_1 ; \text{ chemin le plus court pour } |g| < 180^\circ$$

$$m_o = 60 \cdot \arccos(\sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \cos(g))$$

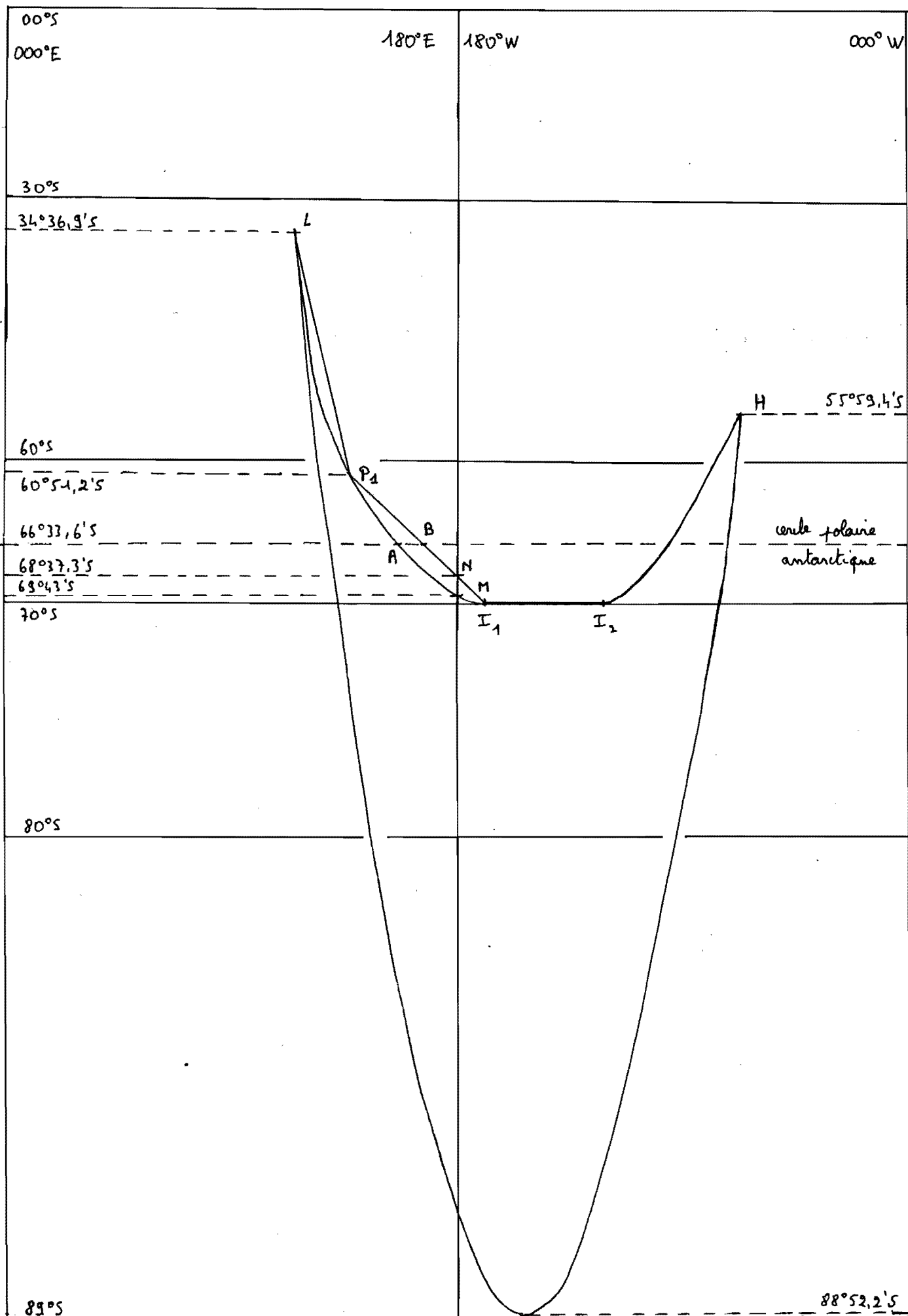
$$A = \arccos \left(\frac{\sin(\varphi_2) - \sin(\varphi_1) \cdot \cos\left(\frac{m_o}{60}\right)}{\cos(\varphi_1) \cdot \sin\left(\frac{m_o}{60}\right)} \right) \quad \begin{cases} g > 0 \Rightarrow V = 360^\circ - A \\ g < 0 \Rightarrow V = A \end{cases}$$

$$|\varphi_v| = \arccos(\cos(\varphi_1) \cdot \sin(A)) \quad \begin{cases} A < 90^\circ \Rightarrow \varphi_v > 0 \\ A > 90^\circ \Rightarrow \varphi_v < 0 \end{cases}$$

$$G_v = G_1 \pm \arccos \left(\frac{\tan(\varphi_1)}{\tan(\varphi_v)} \right) \quad \begin{cases} g > 0 \Rightarrow \text{signe} + ; \\ g < 0 \Rightarrow \text{signe} - ; \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\Delta t \cdot V_f}{120} \cdot \sin(V) \cdot \tan(\varphi_1) ; \quad R_f = V + \alpha$$

$$\varphi_1 = \arctan(\tan(\varphi_v) \cdot \cos(G_v - G_1))$$



1Calculer les coordonnées des points I_1 et I_2 **2**

On cherche le vertex I_1 de l'orthodromie passant par le cap Leeuwin L et allant par l'Est vers I_1 : la formule reliant les coordonnées du vertex avec un point quelconque de l'orthodromie est

$$G_{I_1} = G_L \pm \arcsin \left(\frac{\tan \varphi_L}{\tan \varphi_{I_1}} \right); \text{ ici on va de } L \text{ à } I_1 \text{ par l'Est}$$

donc $g < 0$ et on garde le signe $\ominus$

$$G_{I_1} = (-115^\circ 11,3') - \arcsin \left(\frac{\tan -34^\circ 36,9'}{\tan -70^\circ} \right) = -190^\circ 38,3' + 360^\circ$$

$$G_{I_1} = +169^\circ 21,7' = 169^\circ 21,7' W$$

De même pour I_2 , on part du point d'arrivée H en "marche arrière" donc vers l'Ouest, alors $g > 0$ et on garde le signe $\oplus$:

$$G_{I_2} = G_H + \arcsin \left(\frac{\tan \varphi_H}{\tan \varphi_{I_2}} \right)$$

$$G_{I_2} = (+067^\circ 16,1') + \arcsin \left(\frac{\tan -55^\circ 59,4'}{\tan -70^\circ} \right)$$

$$G_{I_2} = +124^\circ 37,5' = 124^\circ 37,5' W$$

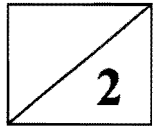
$$I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 169^\circ 21,7' W \end{cases}$$

$$I_2 \begin{cases} \varphi_{I_2} = 70^\circ S \\ G_{I_2} = 124^\circ 37,5' W \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$ et $I_2 \begin{cases} \varphi_{I_2} = 70^\circ S \\ G_{I_2} = 125^\circ W \end{cases}$

2

Calculer la distance de chaque orthodromie, de la loxodromie et la distance totale



calcul de la distance orthodromique de L à I_1 : m_{01}

$$g_{01} = G_{I_1} - G_L = (+170^\circ) - (-115^\circ 11,3') = +285^\circ 11,3' - 360^\circ$$

$$g_{01} = -74^\circ 48,7'$$

$$m_{01} = 60 \cdot \arccos(\sin \varphi_L \cdot \sin \varphi_{I_1} + \cos \varphi_L \cdot \cos \varphi_{I_1} \cdot \cos g_{01})$$

$$m_{01} = 60 \cdot \arccos(\sin -34^\circ 36,9' \cdot \sin -70^\circ + \cos -34^\circ 36,9' \cdot \cos -70^\circ \cdot \cos -74^\circ 48,7')$$

$$m_{01} = 3155,3 \text{ M}$$

calcul de la distance loxodromique de I_1 à I_2 : m_{loxo}

on longe le parallèle. $\varphi = 70^\circ S$ en route à l'Est donc

$$m_{\text{loxo}} = 60 \cdot |g_{I_1, I_2}| \cdot \cos \varphi$$

$$\text{avec } g_{I_1, I_2} = G_{I_2} - G_{I_1} = (+125^\circ) - (+170^\circ) = -45^\circ$$

$$\text{alors } m_{\text{loxo}} = 60 \cdot 45^\circ \cdot \cos(-70^\circ) = 923,5 \text{ M}$$

calcul de la distance orthodromique de I_2 à H : m_{02}

$$g_{02} = G_H - G_{I_2} = (+067^\circ 16,1') - (+125^\circ) = -57^\circ 43,9'$$

$$m_{02} = 60 \cdot \arccos(\sin \varphi_{I_2} \cdot \sin \varphi_H + \cos \varphi_{I_2} \cdot \cos \varphi_H \cdot \cos g_{02})$$

$$m_{02} = 60 \cdot \arccos(\sin -70^\circ \cdot \sin -55^\circ 59,4' + \cos -70^\circ \cdot \cos -55^\circ 59,4' \cdot \cos -57^\circ 43,9')$$

$$m_{02} = 1693,6 \text{ M}$$

calcul de la distance totale du parcours mixte : m_{totale}

$$m_{\text{totale}} = m_{01} + m_{\text{loxo}} + m_{02} = 3155,3 \text{ M} + 923,5 \text{ M} + 1693,6 \text{ M}$$

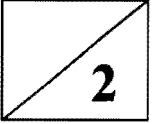
$$m_{\text{totale}} = 5772,4 \text{ M}$$

$$m_{\text{totale}} - m_{\text{ortho}} = 5772,4 \text{ M} - 5362,2 \text{ M} = 410,2 \text{ M}$$

le parcours mixte rajoute 410,2 M à l'ortho mais il ne passe que sur la mer!

$m_{01} = 3155,3 \text{ M}$	$m_{\text{loxo}} = 923,5 \text{ M}$	$m_{02} = 1693,6 \text{ M}$	$m_{\text{total}} = 5772,4 \text{ M}$
-----------------------------	-------------------------------------	-----------------------------	---------------------------------------

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$



3

Calculer la latitude à laquelle l'orthodromie du cap Leeuwin vers I_1 franchit le méridien $G_M = 180^\circ W$

pour la recherche de point intermédiaire sur une orthodromie, on utilise la formule $G_V = G_1 \pm \arcsin \left(\frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_V} \right)$
 où φ_1 et G_1 sont les coordonnées du point intermédiaire (une seule des deux est connue) et φ_V ; G_V sont les coordonnées d'un vertex de l'orthodromie avec $+$ si on va vers l'Ouest du point intermédiaire vers le vertex.

Ici on se déplace sur l'orthodromie de vertex $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$ et on cherche le point intermédiaire de longitude $G_M = 180^\circ W$:

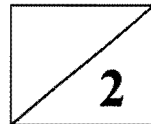
de G_M vers I_1 $g = G_{I_1} - G_M = (+170^\circ) - (+180^\circ) = -10^\circ < 0$
 on va donc vers l'Est $\Rightarrow$ signe $\ominus$ dans la formule:

$$G_{I_1} = G_M - \arcsin \left(\frac{\tan \varphi_M}{\tan \varphi_{I_1}} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{alors } \varphi_M &= \arctan \left(\tan \varphi_{I_1} \cdot \cos (G_{I_1} - G_M) \right) \\ \varphi_M &= \arctan \left(\tan -70^\circ \cdot \cos -10^\circ \right) \\ \varphi_M &= -69^\circ 43' \\ \varphi_M &= 69^\circ 43' S \end{aligned}$$

$$M \begin{cases} \varphi_M = 69^\circ 43' S \\ G_M = 180^\circ W \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$



4

Calculer la longitude à laquelle l'orthodromie du cap Leeuwin vers I_1 franchit le cercle polaire antarctique $\varphi_A = 66^\circ 33,6'S$

pour la recherche d'un point intermédiaire sur une orthodromie dont le vertex est connu, on utilise la formule $G_v = G_1 \pm \arccos \left(\frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_v} \right)$ avec un signe $\oplus$ si on va vers l'Ouest du point intermédiaire φ_1 ; G_1 vers le vertex φ_v ; G_v ; $\ominus$ sinon.

Ici on se déplace sur l'orthodromie de vertex $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$ et on cherche le point intermédiaire de latitude $\varphi_A = 66^\circ 33,6'S$.

Puisque cette orthodromie est parcourue vers l'Est, du point intermédiaire A vers le vertex on se déplace vers l'Est: $\ominus$

$$G_{I_1} = G_A \ominus \arccos \left(\frac{\tan \varphi_A}{\tan \varphi_{I_1}} \right)$$

$$\text{alors } G_A = G_{I_1} \oplus \arccos \left(\frac{\tan \varphi_A}{\tan \varphi_{I_1}} \right)$$

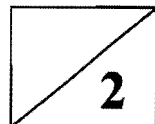
$$G_A = (+170^\circ) + \arccos \left(\frac{\tan -66^\circ 33,6'}{\tan -70^\circ} \right)$$

$$G_A = 202^\circ 54,9' - 360^\circ = -157^\circ 05,1'$$

$$G_A = 157^\circ 05,1' E$$

$$A \begin{cases} \varphi_A = 66^\circ 33,6'S \\ G_A = 157^\circ 05,1' E \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : I_1 $\begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$



5

Calculer la route-fond initiale pour un premier tronçon de loxodromie de 72 heures à 25 nds pour suivre au plus près l'orthodromie du cap Leeuwin vers I_1

on a calculé à la question (2) la distance de l'orthodromie du Cap Leeuwin vers I_1 : $m_{01} = 3155,3 M$

on peut alors calculer l'angle de route initial

$$A_{01} = \arcsin \frac{\sin \varphi_{I_1} - \sin \varphi_L \cdot \cos \frac{m_{01}}{60}}{\cos \varphi_L \cdot \sin \frac{m_{01}}{60}}$$

$$A_{01} = \arcsin \frac{\sin -70^\circ - \sin -34^\circ 36,9' \cdot \cos \frac{3155,3 M}{60}}{\cos -34^\circ 36,9' \cdot \sin \frac{3155,3 M}{60}} = 155,445^\circ$$

l'orthodromie du Cap Leeuwin vers I_1 va vers l'Est donc $q < 0$ et

$$V_{01} = A_{01} = 155,445^\circ$$

calculons la correction de Giry pour 72 heures à 25 nds.

$$\alpha = \frac{\Delta t \cdot V_F}{120} \cdot \sin V_{01} \cdot \tan \varphi_L$$

$$\alpha = \frac{72 h \cdot 25 nds}{120} \cdot \sin 155,445^\circ \cdot \tan -34^\circ 36,9' = -4,303^\circ$$

$$R_{F \text{ loxo } 1} = V_{01} + \alpha = 155,445^\circ + (-4,303^\circ) = 151,142^\circ$$

Remarque.

la longueur de ce tronçon de loxodromie

$$\Delta t \cdot V_F = 72 h \times 25 nds = 1800 M < 3155,3 M = m_{01}$$

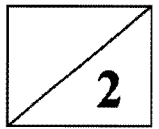
est sensiblement inférieur à la distance

orthodromique du Cap Leeuwin vers I_1

(57%) : il terminera donc sur la route orthodromique avant de franchir la longitude de I_1 .

$V_{01} = 155,4^\circ$	$\alpha_{01} = -4,3^\circ$	$R_{F \text{ loxo } 1} = 151,1^\circ$
------------------------	----------------------------	---------------------------------------

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $R_{floxol} = 151^\circ$



6

Calculer le point final P_1 du 1^{er} tronçon de loxodromie de 72 heures à 25 nds partant du cap Leeuwin avec $R_{floxol} = 151^\circ$

en partant du cap Leeuwin avec $R_{floxol} = 151^\circ$

sur une distance $m_{loxol} = \Delta t \cdot V_F = 72^h \times 25 \text{ nds} = 1800 \text{ M}$

on effectue un changement de latitude $l = \frac{m_{loxol}}{60} \cdot \cos R_{floxol}$

$$l = \frac{1800 \text{ M}}{60} \cdot \cos 151^\circ = -26,239^\circ = \varphi_{P_1} - \varphi_L$$

$$\text{alors } \varphi_{P_1} = \varphi_L + l = (-34^\circ 36,9') + (-26,239^\circ) = -60^\circ 51,2'$$

$$\Lambda(\varphi_L) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{\varphi_L}{2} + 45^\circ \right) \right) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{-34^\circ 36,9'}{2} + 45^\circ \right) \right)$$

$$\Lambda(\varphi_L) = -36,936^\circ$$

$$\Lambda(\varphi_{P_1}) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{-60^\circ 51,2'}{2} + 45^\circ \right) \right) = -77,186^\circ$$

$$\lambda = \Lambda(\varphi_{P_1}) - \Lambda(\varphi_L) = (-77,186^\circ) - (-36,936^\circ) = -40,250^\circ$$

durant ce trajet loxodromique on effectue un changement de longitude:
 $g = -\lambda \cdot \tan R_{floxol}$

$$g = -(-40,250^\circ) \cdot \tan 151^\circ = -22,311^\circ = G_{P_1} - G_L$$

$$\text{alors } G_{P_1} = G_L + g = (-115^\circ 11,3') + (-22,311^\circ) = -137^\circ 30'$$

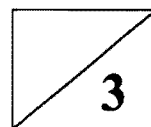
$$G_{P_1} = 137^\circ 30' \text{ E}$$

$$P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 60^\circ 51,2' \text{ S} \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' \text{ E} \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes : $P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 61^\circ S \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' E \end{cases}$ et $I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$

7

Calculer la route-fond du 2nd tronçon de loxodromie du point P_1 vers I_1



de P_1 vers I_1 :

$$g = G_{I_1} - G_{P_1} = (+170^\circ) - (-137^\circ 30') = 307^\circ 30'$$

cette variation de longitude est positive (= route à l'Ouest)
et supérieure à 180° : elle correspond à un trajet faisant
plus que la moitié du tour de la terre. On cherche
donc la variation de longitude pour une route par l'Est,
plus courte :

$$g = +307^\circ 30' - 360^\circ = -52^\circ 30' < 0 \Rightarrow (E)$$

$$\lambda = \Lambda(\varphi_{I_1}) - \Lambda(\varphi_{P_1})$$

$$\Lambda(\varphi_{I_1}) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{-70}{2} + 45 \right) \right) = -99,432^\circ$$

$$\Lambda(\varphi_{P_1}) = \frac{\pi 180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{-61}{2} + 45 \right) \right) = -77,487^\circ$$

$$\lambda = (-99,432^\circ) - (-77,487^\circ) = -21,945^\circ < 0 \Rightarrow (S)$$

$$\text{alors } R_{FQ2} = \arctan \left| \frac{g}{\lambda} \right| = \arctan \frac{52^\circ 30'}{21,945^\circ} = S 67,315^\circ E$$

$$\text{donc } R_{F\text{loxo}2} = 180^\circ - R_{FQ2} = 180^\circ - 67,315^\circ = 112,685^\circ$$

$$R_{f\text{quart}2} = S 67,315^\circ E$$

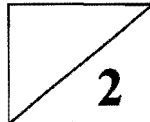
$$R_{f\text{loxo}2} = 112,7^\circ$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes :

$$P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 61^\circ S \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' E \end{cases}$$

$$I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$$

$$R_{f \text{ loxo } 2} = 113^\circ$$



8

Calculer la latitude à laquelle le 2nd tronçon de loxodromie

partant de P_1 avec $R_{f \text{ loxo } 2} = 113^\circ$ franchit le méridien $G_N = 180^\circ W$

Pour chercher un point intermédiaire sur une route loxodromique on utilise la formule $g = -\lambda \cdot \tan R_F$

du point P_1 vers N avec $R_{f \text{ loxo } 2} = 113^\circ$:

$$g = G_N - G_{P_1} = (+180^\circ) - (-137^\circ 30') = +317^\circ 30'$$

cette valeur de g est $> 180^\circ$ (plus que le demi-tour de la terre) et positive (route vers l'ouest : $360^\circ < R_F < 180^\circ$), ce qui ne correspond pas à $R_{f \text{ loxo } 2} = 113^\circ$

on utilise donc $g = +317^\circ 30' - 360^\circ = -42^\circ 30'$

$$\text{alors } \lambda = -\frac{g}{\tan R_F} = -\frac{-42^\circ 30'}{\tan 113^\circ} = -18,040^\circ$$

$$\text{or } \lambda = \Lambda(\varphi_N) - \Lambda(\varphi_{P_1}) \text{ donc } \Lambda(\varphi_N) = \Lambda(\varphi_{P_1}) + \lambda$$

$$\Lambda(\varphi_{P_1}) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{\varphi_{P_1}}{2} + 45^\circ \right) \right) = \frac{180}{\pi} \ln \left(\tan \left(\frac{-61^\circ}{2} + 45^\circ \right) \right)$$

$$\Lambda(\varphi_{P_1}) = -77,487^\circ$$

$$\text{donc } \Lambda(\varphi_N) = (-77,487^\circ) + (-18,040^\circ) = -95,527^\circ$$

$$\text{enfin } \varphi_N = 2 \left(\arctan \left(\exp \frac{\pi \cdot (-95,527^\circ)}{180} \right) - 45^\circ \right) = -68^\circ 37,3'$$

$$\varphi_N = 68^\circ 37,3' S$$

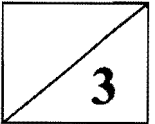
$$N \begin{cases} \varphi_N = 68^\circ 37,3' S \\ G_N = 180^\circ E \end{cases}$$

Pour les questions suivantes on utilisera les valeurs suivantes :

$$P_1 \begin{cases} \varphi_{P_1} = 61^\circ S \\ G_{P_1} = 137^\circ 30' E \end{cases}$$

$$I_1 \begin{cases} \varphi_{I_1} = 70^\circ S \\ G_{I_1} = 170^\circ W \end{cases}$$

$$R_{f \text{ loxo } 2} = 113^\circ$$



9

Calculer la longitude à laquelle le 2nd tronçon de loxodromie

partant de P_1 avec $R_{f \text{ loxo } 2} = 113^\circ$ franchit le cercle polaire antarctique $\varphi_B = 66^\circ 33,6' S$

pour chercher un point intermédiaire on utilise la formule de loxodromie :

$$g = -\lambda \cdot \tan R_F$$

du point P_1 vers le point B :

$$\lambda = \Lambda(\varphi_B) - \Lambda(\varphi_{P_1})$$

$$\Lambda(\varphi_B) = \frac{180}{\pi} \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{\varphi_{P_1}}{2} + 45^\circ \right) \right) = \frac{180}{\pi} \ln \left(\tan \left(\frac{-66^\circ 33,6'}{2} + 45^\circ \right) \right)$$

$$\Lambda(\varphi_B) = -90,117^\circ$$

$$\Lambda(\varphi_{P_1}) = -77,487^\circ$$

$$\text{alors } \lambda = (-90,117^\circ) - (-77,487^\circ) = -12,630^\circ$$

$$\text{donc } g = -\lambda \cdot \tan R_F = -(-12,630^\circ) \cdot \tan(113^\circ)$$

$$g = -29^\circ 45,3'$$

$$\text{or } g = G_B - G_{P_1}$$

$$G_B = G_{P_1} + g = (-137^\circ 30') + (-29^\circ 45,3') = -167^\circ 15,3'$$

$$\text{enfin } G_B = 167^\circ 15,3' E$$

$$B \begin{cases} \varphi_B = 66^\circ 33,6' S \\ G_B = 167^\circ 15,3' E \end{cases}$$